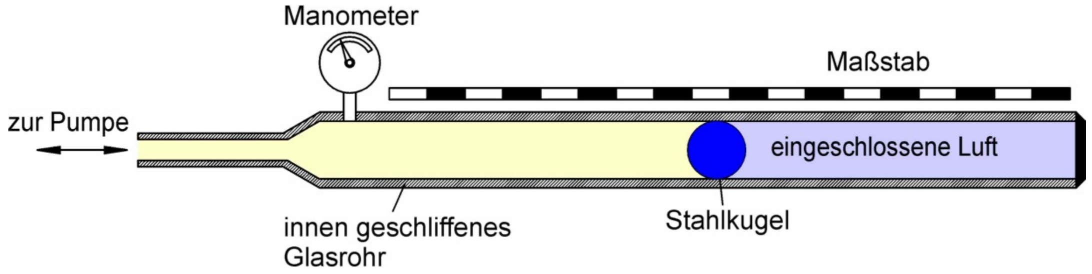
2. Physikschulaufgabe

Klasse 8 I

- Lösungen -

Thema: Mechanik der Flüssigkeiten und Gase

1.1 Versuchsaufbau



In einem Präzisionsglasrohr mit geschliffener Innenwand befindet sich eine fast reibungsfrei bewegliche und nahezu luftdicht abschließende Stahlkugel. Die Kugel schließt bei Normaldruck (1013 hPa) eine bestimmte Luftmenge ein. Das Volumen der eingeschlossenen Luft wird entweder an einem entsprechend geeichten Maßstab abgelesen, oder aus der Länge l des abgeschlossenen Gasraumes berechnet mit $V = A \cdot l$ (Die Querschnittsfläche A des Innenraumes ist konstant und bekannt).

Durchführung

Pumpt man Luft ab, so dehnt sich das Gas im abgeschlossenen Gasraum aus und die Kugel wandert so lange nach links, bis Druckgleichgewicht auf beiden Seiten der Kugel herrscht.
Führt man Luft zu, so wirkt infolge des Überdrucks auf die Kugel eine Kraft, welche die Kugel nach rechts bewegt und die eingeschlossene Luft so weit zusammenpresst, bis wiederum Druckgleichgewicht auf beiden Seiten der Kugel herrscht.
Mit einem Manometer (Druckmesser), der den absoluten Druck eines Gases anzeigt, wird der jeweilige Druck gemessen.

1.2 Zusammenhang zwischen Druck p und Volumen V:

Wird der Druck größer, so verringert sich das Volumen der eingeschlossenen Luft.

Wird der Druck kleiner, so vergrößert sich ihr Volumen.

Der Druck p und das Volumen V sind indirekt proportional zueinander.
Dies bedeutet auch, dass die beiden Werte produktgleiche Zahlenpaare sind

also: $p \cdot V =$ konstant.

Diesen Zusammenhang beschreibt das **Gesetz von Boyle-Mariotte**.

1.3 Das Boyle-Mariottesche Gesetz gilt nur dann, wenn die Temperatur gleich bleibt.

Beim Komprimieren muss die Luft gekühlt werden, während beim Entspannen, die Luft erwärmt werden muss.

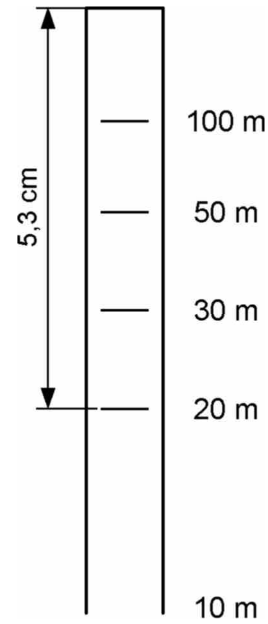
Eine konstante Temperatur kann auch erreicht werden, indem man das Komprimieren bzw. Entspannen sehr langsam durchführt.

- Lösungen -

2.1 Die nebenstehende Abbildung zeigt das mit Luft gefüllte (unten offene) Röhrchen.

In einer Wassertiefe von 10 m herrscht in dem Röhrchen ein Druck von 2 bar.

Der Druck setzt sich zusammen aus dem hydrostatischen Druck des Wassers, der in der Tiefe von 10 m 1 bar beträgt, und dem über dem Wasser wirkenden Luftdruck, der ebenfalls ca. 1 bar beträgt.



2.2 Die Markierungen sind der nebenstehenden Abbildung zu entnehmen und maßstäblich angebracht.
Zur Berechnung der Abstände wird das Gesetz von Boyle-Mariotte herangezogen:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad \text{und} \quad V_1 = A_1 \cdot h_1 \ \text{bzw.}\ V_2 = A_2 \cdot h_2$$

$$p_1 \cdot A_1 \cdot h_1 = p_2 \cdot A_2 \cdot h_2 \quad \text{und} \quad A_1 = A_2$$

$$p_1 \cdot h_1 = p_2 \cdot h_2$$

$$\underline{h_2 = \frac{p_1 \cdot h_1}{p_2}} \qquad \text{mit } p_1 = 2\,\text{bar} \text{ und } h_1 = 8\,\text{cm}$$

Beispiel Wassertiefe 20 m: $h_2 = \dfrac{2\,\text{bar} \cdot 8\,\text{cm}}{3\,\text{bar}} = \underline{5{,}3\,\text{cm}}$

Tiefe	20 m	30 m	50 m	100 m
p_2	3 bar	4 bar	6 bar	11 bar
h_2	5,3 cm	4,0 cm	2,7 cm	1,5 cm

3. Wie sich ein Körper in einer Flüssigkeit verhält (schwimmt, steigt, schwebt, sinkt), kann auch mit den Dichten der Körper und der Flüssigkeit begründet werden.

Der Körper **schwimmt**, wenn $\rho_{\text{Körper}} < \rho_{\text{Flüssigkeit}}$

Der Körper **steigt**, wenn $\rho_{\text{Körper}} < \rho_{\text{Flüssigkeit}}$

Der Körper **schwebt**, wenn $\rho_{\text{Körper}} = \rho_{\text{Flüssigkeit}}$

Der Körper **sinkt**, wenn $\rho_{\text{Körper}} > \rho_{\text{Flüssigkeit}}$

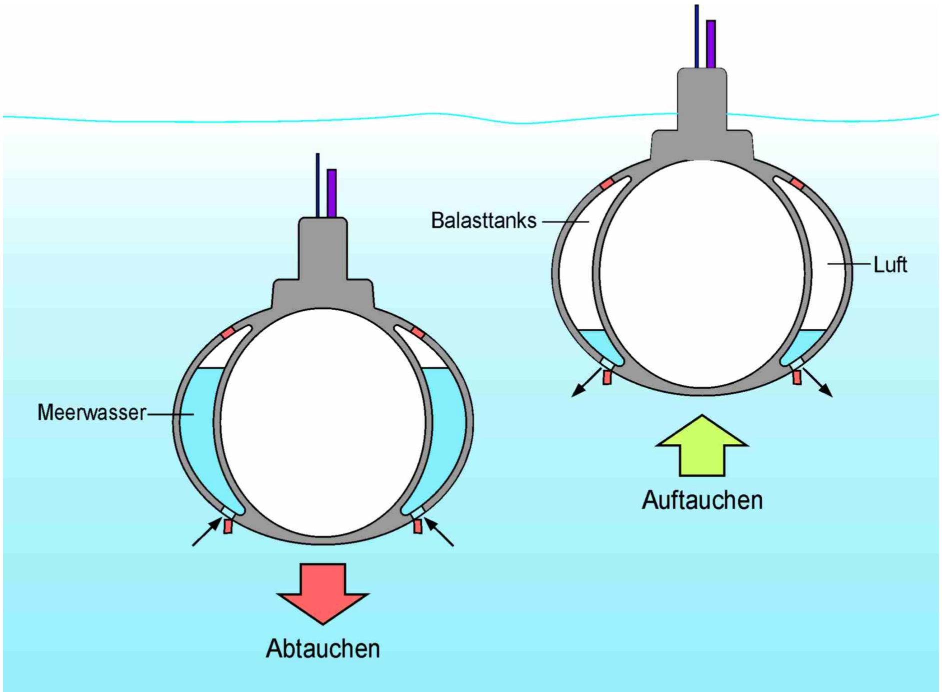
Ein U-Boot verfügt über Ballasttanks, die entweder mit Luft gefüllt sind, aber auch mit Meerwasser geflutet werden können (siehe Seite 3).

Je mehr Wasser in die Tanks fließt, umso höher ist die Gesamtdichte des U-Bootes. Wird durch das einfließende Wasser die Dichte des U-Bootes größer als die Dichte des Meerwassers, dann sinkt das U-Boot.

Soll das U-Boot auftauchen, dann wird das Wasser aus den Ballasttanks mit Hilfe von Pumpen oder Pressluft herausgedrückt. Die Gesamtdichte des U-Bootes wird dadurch wieder geringer und das U-Boot steigt auf.

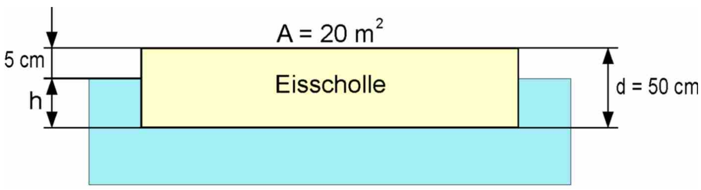
- Lösungen -

Ein U-Boot hat immer das gleiche Volumen und erfährt somit stets die gleiche Auftriebskraft. Zum Abtauchen werden die Ballasttanks mit Meerwasser geflutet. Dadurch steigt die Gesamt-Dichte des U-Bootes und die Gewichtskraft des U-Bootes erhöht sich. Zum Auftauchen wird das Wasser aus den Ballasttanks herausgedrückt. Damit nimmt die Gesamt-Dichte des U-Bootes wieder ab und die Gewichtskraft des U-Bootes verringert sich entsprechend.



4. geg.: Eisscholle: Dicke $d = 50\ \text{cm}$, Fläche $A = 20\ \text{m}^2$
Eintauchtiefe $h = 50\ \text{cm} - 5\ \text{cm} = 45\ \text{cm}$

ges.: Dichte der Eisscholle ρ_{Eis}



Lös.: Gewichtskraft der Eisscholle:

$$F_G = V \cdot \rho_{Eis} \cdot g$$

$$\underline{F_G = A \cdot d \cdot \rho_{Eis} \cdot g}$$

Gewichtskraft (= Auftriebskraft) des verdrängten Wassers:

$$F_A = V \cdot \rho_{Wasser} \cdot g$$

$$\underline{F_A = A \cdot h \cdot \rho_{Wasser} \cdot g}$$

Grundgleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} F = m \cdot g \\ m = V \cdot \rho \end{array}\right\} F = V \cdot \rho \cdot g$$

Nach dem archimedischen Prinzip gilt:

$$F_A = F_G$$

$$A \cdot h \cdot \rho_{Wasser} \cdot g = A \cdot d \cdot \rho_{Eis} \cdot g \qquad |:A:g$$

$$h \cdot \rho_{Wasser} = d \cdot \rho_{Eis}$$

$$\rho_{Eis} = \frac{h \cdot \rho_{Wasser}}{d} = \frac{45\ \text{cm} \cdot 1{,}0\ \text{kg}/\text{dm}^3}{50\ \text{cm}}$$

$$\underline{\underline{\rho_{Eis} = 0{,}9\ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}}}$$

Anmerkung: Die Fläche der Eisscholle spielt für die Lösung keine Rolle, sie kürzt sich bei der Rechnung heraus.

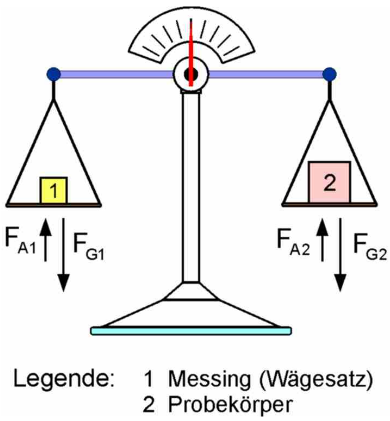
- Lösungen -

5.1 Der Messfehler ist auf die Auftriebskraft zurückzuführen, die auch in der Luft wirksam ist. Nach dem archimedischen Prinzip erfahren Körper die sich in einem Gas (Luft) oder in einer Flüssigkeit befinden eine Auftriebskraft, die der Gewichtskraft des verdrängten Mediums entspricht.

5.2 Bestehen die Körper die gewogen werden sollen aus Messing, besitzen sie die gleiche Dichte wie die Wägestücke (Gewichte). Somit ist die wirkende Auftriebskraft gleich und hebt sich auf.

5.3 a) Bestimmt man die Masse eines Bleiwürfels mit Hilfe einer Balkenwaage und einem Wägesatz aus Messing, so ist die tatsächliche Masse kleiner als die gemessene.

b) Bestimmt man die Masse eines Holzkörpers mit Hilfe einer Balkenwaage und einem Wägesatz aus Messing, so ist die tatsächliche Masse größer als die gemessene.



Hintergrund:

Jeder Körper, der in ein Fluid (Flüssigkeit, Gas) eintaucht, erfährt eine Auftriebskraft F_A, die der Gewichtskraft F_G des verdrängten Fluids entspricht und ihr entgegenwirkt. Es gilt somit:

$F_R = F_G - F_A \quad (F_R = \text{ resultierende Kraft})$

Wenn die Balkenwaage im Gleichgewicht ist, muss das folgende Kräftegleichgewicht gelten:

$$F_{R1} = F_{R2}$$

$$F_{G1} - F_{A1} = F_{G2} - F_{A2} \qquad \Big| \text{ mit } F_G = m \cdot g$$

$$m_1 \cdot g - F_{A1} = m_2 \cdot g - F_{A2} \qquad \Big| \text{ mit } F_A = \rho_{Luft} \cdot V_{Luft} \cdot g$$

$$m_1 \cdot g - \rho_{Luft} \cdot V_{1Luft} \cdot g = m_2 \cdot g - \rho_{Luft} \cdot V_{2Luft} \cdot g \qquad \Big| : g$$

$$m_1 - \rho_{Luft} \cdot V_{1Luft} = m_2 - \rho_{Luft} \cdot V_{2Luft}$$

Das jeweils durch den Körper verdrängte Luftvolumen entspricht dem Volumen des Körpers; es gilt weiter:

$V_{Luft} = V_{Körper} = \dfrac{m_{Körper}}{\rho_{Körper}}$, diese Beziehung oben eingesetzt ergibt:

$$m_1 - \rho_{Luft} \cdot \frac{m_1}{\rho_1} = m_2 - \rho_{Luft} \cdot \frac{m_2}{\rho_2}$$

$$m_1\left(1 - \frac{\rho_{Luft}}{\rho_1}\right) = m_2\left(1 - \frac{\rho_{Luft}}{\rho_2}\right) \qquad \Big| : \left(1 - \frac{\rho_{Luft}}{\rho_2}\right)$$

$$\underline{\underline{m_2 = m_1 \cdot \frac{1 - \frac{\rho_{Luft}}{\rho_1}}{1 - \frac{\rho_{Luft}}{\rho_2}}}}$$

- Lösungen -

Führt man nun die Vergleichswägung mit Messing (1 kg) als Wägesatz und Blei als Probekörper durch, folgt:

$$m_{Blei} = m_{Messing} \frac{1 - \frac{\rho_{Luft}}{\rho_{Messing}}}{1 - \frac{\rho_{Luft}}{\rho_{Blei}}} = 1\,kg \cdot \frac{1 - \frac{0{,}0013\,kg/dm^3}{8{,}5\,kg/dm^3}}{1 - \frac{0{,}0013\,kg/dm^3}{11{,}3\,kg/dm^3}} = 0{,}9999621\,kg$$

Die Rechnung zeigt, dass sich eine Abweichung von etwa 0,00004 kg bei der Wägung von 1 kg Blei ergibt.

Bei der Vergleichswägung von 1 kg Holz erhält man:

$$m_{Holz} = m_{Messing} \frac{1 - \frac{\rho_{Luft}}{\rho_{Messing}}}{1 - \frac{\rho_{Luft}}{\rho_{Holz}}} = 1\,kg \cdot \frac{1 - \frac{0{,}0013\,kg/dm^3}{8{,}5\,kg/dm^3}}{1 - \frac{0{,}0013\,kg/dm^3}{0{,}5\,kg/dm^3}} = 1{,}00245344\,kg$$

Die Abweichung beträgt hier 0,00245 kg.

