Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

1.0 Die Basis [AB] eines gleichschenkligen Dreiecks ABC hat die Länge 10 cm.

1.1 Berechne den Flächeninhalt A des Dreiecks in Abhängigkeit von α.
(Ergebnis: $A(\alpha) = 25 \tan\alpha \text{ cm}^2$)

1.2 Berechne den Umfang des Dreiecks in Abhängigkeit von α.

1.3 Zeichne die Graphen von $A(\alpha)$ und $u(\alpha)$ in einem sinnvoll gewählten Intervall mit $\Delta\alpha = 15°$.

1.4 Gibt es einen größten Wert für den Umfang (Flächeninhalt) ?

2.0 Die Schenkel [AC] und [BC] eines gleichschenkligen Dreiecks ABC haben die Länge 6 cm.

2.1 Berechne den Flächeninhalt A des Dreiecks in Abhängigkeit von γ und bestimme A_{max}. Formuliere das Ergebnis als Satz.

2.2 Berechne den Umfang u des Dreiecks in Abhängigkeit von γ und zeichne den Graphen von $u(\gamma)$ in einem sinnvoll gewählten Intervall mit $\Delta\gamma = 20°$.

$$\left(\text{Ergebnis: } u(\gamma) = 12\left(\sin\frac{\gamma}{2} + 1\right)\text{cm}\right)$$

3.0 Vom Dreieck ABC sind gegeben: $A(0/0)$, $B(8/0)$ und $\overline{AC} = \overline{BC}$.

3.1 Bestimme den Umfang u_1 des Dreiecks ABC_1 und u_2 des Dreiecks ABC_2 für $\gamma_1 = 60°$ und $\gamma_2 = 90°$.

3.2 Bestimme den Dreiecksumfang u in Abhängigkeit von $\frac{\gamma}{2}$.

$$\left(\text{Ergebnis: } u(\gamma) = 8\left(1 + \frac{1}{\sin\frac{\gamma}{2}}\right)\text{cm}\right)$$

3.3 Für welches Winkelmaß γ_3 ist $u_3 = 24$ cm ?

4.0 Die Kathete [AC] eines rechtwinkligen Dreiecks ABC ($\alpha = 90°$) ist 8 cm lang.

4.1 Berechne den Flächeninhalt A des Dreiecks in Abhängigkeit von β.

4.2 Zeichne den Graphen von $A(\beta)$ in einem sinnvoll gewählten Intervall für β. Erstelle eine Wertetabelle mit $\Delta\beta = 10°$.

4.3 Berechne den Umfang u des Dreiecks in Abhängigkeit von β.

4.4 Zeichne den Graphen von $u(\beta)$ (Bedingungen wie in Aufgabe 4.2).

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

5.0 Im Trapez ABCD gilt: $\overline{AB} = 2c$, $\overline{CD} = c$ (Grundlinien) und $\overline{BC} = c$.

5.1 Zeichne ein Trapez für c = 5 cm. Berechne seinen Flächeninhalt A in Abhängigkeit von c und β.

5.2 Es sei jetzt c = 5 cm. Stelle eine Wertetabelle für A(β) in einem sinnvoll gewählten Intervall mit $\Delta\beta = 30°$ auf.

5.3 Für welchen Wert β_0 ist der Flächeninhalt maximal ? Bestimme diesen maximalen Wert.

6.0 In einem gleichschenkligen Trapez ABCD ist die Grundseite [AB] doppelt so lang wie die zugehörige Höhe h.

6.1 Berechne die Länge l der Diagonalen in Abhängigkeit von der Höhe h und dem Winkelmaß α.

$\left(\text{Ergebnis}: l\,(h;\alpha) = \frac{h}{\sin\alpha}\sqrt{4\sin^2\alpha - 2\sin 2\alpha + 1}\right)$

6.2 Gib das Intervall an, in dem α variieren kann. Es darf kein „überschlagenes“ Viereck entstehen !

6.3 Zeichne den Graphen von l (α) für h = 10 cm ($\Delta\alpha = 15°$).

7.0 Ein Dreieck ABC mit β = 30° hat einen Umkreis mit dem Radius r = 3 cm.

7.1 Berechne den Umfang u des Dreiecks in Abhängigkeit von γ und zeichne den Graphen von u(γ) im größten für γ möglichen Intervall mit $\Delta\gamma = 30°$.

(Ergebnis: u(γ) = 6 (sin(150° - γ) + sinγ + 0,5) cm)

7.2 Bestimme mit Hilfe des Graphen den Wert γ_0, für den u maximal wird, sowie u_{max}.

7.3 Berechne den Flächeninhalt A des Dreiecks in Abhängigkeit von γ und zeichne den Graphen von A(γ) unter den Bedingungen von Aufgabe 7.1.

(Ergebnis: A(γ) = 9 sin(150° - γ) $\cdot$ sinγ cm^2)

7.4 Für welchen Wert γ_1 hat der Flächeninhalt seinen größten Wert ?
Bestimme graphisch diesen maximalen Wert.

8.0 Gegeben ist der Kreis um $O(0/0)$ mit r = 5 cm. Dem Kreis sind gleichschenklige Dreiecke ABC mit $C(0/5)$ einbeschrieben. [AB] ist parallel zur x-Achse.

8.1 Berechne $\overline{AC}$ in Abhängigkeit von γ (nicht $\frac{\gamma}{2}$).

Hinweis: Betrachte ΔABO.

(Ergebnis: $\overline{AC}(\gamma) = 5\sqrt{2(1+\cos\gamma)}$ cm)

8.2 Berechne den Inhalt A der Dreiecksfläche in Abhängigkeit von γ. Berechne A(40°).

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

9.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit $\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\alpha = 50°$ und $\beta = 60°$, sowie ein Punkt $D \in [BC]$.

9.1 Berechne $\overline{AD}$ in Abhängigkeit von $\varepsilon = \sphericalangle BAD$.

$$\left(\text{Ergebnis: } \overline{AD}(\varepsilon) = \frac{4\sqrt{3}}{\sin(\varepsilon + 60°)}\text{cm}\right)$$

9.2 Für welchen Wert ε_0 ist $\overline{AD}$ am kleinsten ? Bestimme $\overline{AD}_{min}$.

9.3 Wie kann das Ergebnis von 9.2 durch eine einfache geometrische Überlegung gefunden werden ?

10.0 Gegeben sind die Punkte $A(0/0)$ und $B(10/0)$ eines Dreiecks ABC. $M(5/2)$ ist Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks ABC. C liegt im I. bzw. II. Quadranten. Nach dem Randwinkelsatz ist $\sphericalangle ACB = \gamma$ konstant.

10.1 Berechne γ. Verwende das Dreieck ABC_1 mit $\overline{AC_1} = \overline{BC_1}$.

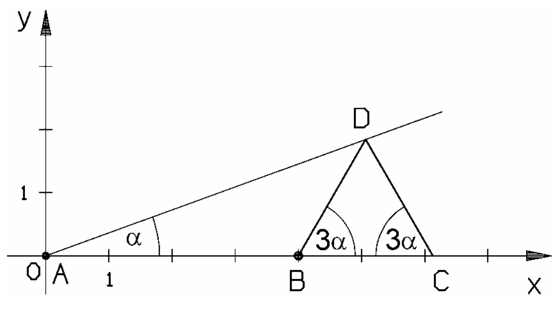
10.2 Bestimme $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ in Abhängigkeit von $\sphericalangle BAC = \alpha$. Welche Werte kann α annehmen ?

(Ergebnis: $\overline{AC}(\alpha) = 10{,}77 \cdot \sin(\alpha + 68{,}2°)\text{ cm}$; $\overline{BC}(\alpha) = 10{,}77 \cdot \sin\alpha\text{ cm}$)

10.3 Bestimme den Flächeninhalt A des Dreiecks ABC in Abhängigkeit von α.

10.4 Berechne mit Hilfe geometrischer Überlegungen den Wert α_0, für den der Flächeninhalt des Dreiecks maximal wird. Gib A_{max} an.

11.0 Gegeben sind die Punkte $A(0/0)$ und $B(4/0)$.



11.1 Berechne die x-Koordinate des Punktes C für $\alpha_1 = 20°$.

11.2 Berechne die x-Koordinate des Punktes C in Abhängigkeit von α. Verwende ggf. $\sin 6\alpha = 2 \cdot \sin 3\alpha \cdot \cos 3\alpha$.

$$\left(\text{Ergebnis: } x_c(\alpha) = 4 + 4 \cdot \frac{\cos 3\alpha}{\cos\alpha}\right)$$

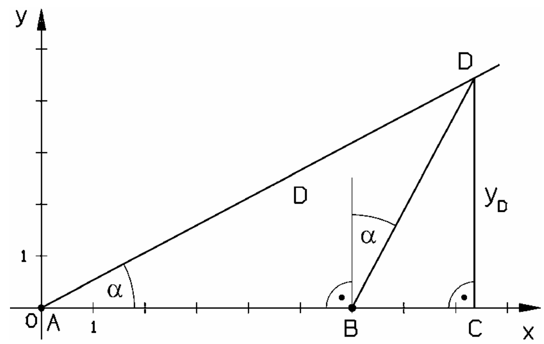
11.3 Berechne die Koordinaten von D für $\alpha_1 = 20°$.

11.4 Berechne die Koordinaten von D in Abhängigkeit von α.

$$\left(\text{Ergebnis: } x_D = 4 + \frac{2 \cdot \cos 3\alpha}{\cos\alpha};\ \ y_D = \frac{2 \cdot \sin 3\alpha}{\cos\alpha}\right)$$

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I



12.0 Gegeben sind die Punkte A(0/0) und B(6/0).

12.1 Berechne die Koordinaten von D für $\alpha_1 = 30°$.

12.2 Berechne die Koordinaten von D in Abhängigkeit von α.

13.0 Für das Dreieck PQR gilt:
P(2/0), R(0/10), Q(10/y_Q) mit $y_Q \in [0;\ 10]$.
[PQ] schließt mit der positiven x-Achse einen Winkel mit dem Maß ε ein.

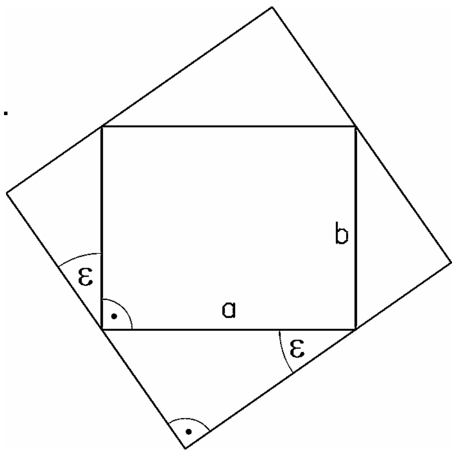
13.1 Stelle y_Q in Abhängigkeit von ε dar. Welche Werte kann ε annehmen ?

13.2 Stelle den Flächeninhalt A des Dreiecks PQR in Abhängigkeit von ε dar.
(Ergebnis: $A(\varepsilon) = (40 + 8 \tan\varepsilon)$ FE)

13.3 Für welchen Wert von ε_0 hat die Fläche den Inhalt 50 cm^2 ?

13.4 Für welche Winkelmaße ist der Flächeninhalt größer als 70 cm^2 ?

14.0 Einem Rechteck mit a = 5 cm und b = 4 cm ist ein Rechteck umbeschrieben, wobei die Seiten der beiden Rechtecke Winkel mit dem Maß $\varepsilon = 35°$ einschließen.



14.1 Fertige eine Zeichnung mit den angegebenen Maßen an.

14.2 Berechne die Seitenlängen c und d des umbeschriebenen Rechtecks.

14.3 ε sei nun variabel. Berechne die Seitenlängen des umbeschriebenen Rechtecks in Abhängigkeit von ε.

14.4 Berechne den Flächeninhalt A des umbeschriebenen Rechtecks in Abhängigkeit von ε.
(Ergebnis: $A(\varepsilon) = (20 + 20{,}5 \sin 2\varepsilon)$ cm^2)

14.5 Für welches Winkelmaß ε_0 verhalten sich die Inhalte der beiden Rechtecke wie 3:2 ?

15.0 Gegeben ist ein Rechteck ABCD mit A(0/0), B(6/0), C(6/6), D(0/6).
Ein Punkt P wandert von B aus über C und D nach A.

15.1 Bestimme den Flächeninhalt A des Dreiecks ABP in Abhängigkeit vom Maß α des Winkels BAP.
Hinweis: Unterscheide drei Fälle !

15.2 Tabellarisiere $A(\alpha)$ mit $\Delta\alpha = 10°$ und zeichne den Graphen von $A(\alpha)$.

15.3 Berechne den Wert α_0, für den der Flächeninhalt A = 16 cm^2 ist.

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

16.0 Gegeben sind die Punkte $A(0/0)$ und $B(10/0)$ sowie ein Punkt C, der auf der Winkelhalbierenden des I. Quadranten liegt. Für das Dreieckswinkelmaß β des Dreiecks ABC soll gelten: $\beta \in]0°; 90°[$.

16.1 Zeichne für einen beliebig gewählten Punkt C das Dreieck ABC.

16.2 Der Fußpunkt des Lotes von C auf [AB] sei F. Bestimme den Flächeninhalt A des Dreiecks FBC in Abhängigkeit von β.

$$\left(\text{Ergebnis: } A(\beta) = 50 \cdot \frac{\tan\beta}{(1+\tan\beta)^2}\,\text{FE}\right)$$

16.3 Tabellarisiere $A(\beta)$ mit $\Delta\beta = 10°$ und zeichne den Graphen.

16.4 Zeige, dass die Terme $T_1 = \dfrac{\tan\beta}{(1+\tan\beta)^2}$ und $T_2 = \dfrac{1}{2\left(1+\dfrac{1}{\sin 2\beta}\right)}$ in G =]0°; 90°[

äquivalent sind durch Umformung von T_1 in T_2.

16.5 Bestimme mit Hilfe des Terms T_2 das Winkelmaß β^*, für das der Flächeninhalt A des Dreiecks FBC maximal wird.
Bestimme die Koordinaten der zugehörigen Punkte F* und C*.

17.0 Einem gleichseitigen Dreieck ABC (Seitenlänge a) wird ein gleichschenkliges Dreieck DEF so einbeschrieben, dass seine Spitze F mit dem Mittelpunkt der Seite [AB] zusammenfällt. Der Winkel an der Spitze des gleichschenkligen Dreiecks ist φ.

17.1 Berechne den Umfang u des einbeschriebenen Dreiecks in Abhängigkeit von a und φ.

$$\left(\text{Ergebnis: } u(\alpha;\varphi) = \frac{a\sqrt{3}\cdot\left(1+\sin\frac{\varphi}{2}\right)}{2\cdot\sin\left(30°+\frac{\varphi}{2}\right)}\text{cm}\right)$$

17.2 Zeichne den Graphen zu $u(\varphi)$ für a = 10 cm ($\Delta\varphi = 20°$) und bestimme den Wert des Minimums.

17.3 Berechne den Flächeninhalt A des einbeschriebenen Dreiecks in Abhängigkeit von a und φ.

$$\left(\text{Ergebnis: } A(a;\varphi) = \frac{3a^2\sin\varphi}{32\sin^2\left(30°+\frac{\varphi}{2}\right)}\text{cm}^2\right)$$

17.4 Stelle $A(\varphi)$ für a = 10 cm graphisch dar und bestimme den Wert des maximalen Flächeninhalts ($\Delta\varphi = 10°$).

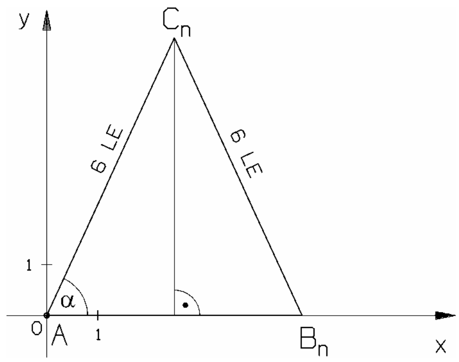
17.5 Durch Drehung um die Symmetrieachse der Figur entsteht ein Kegel, dem ein zweiter Kegel einbeschrieben ist. Berechne den Inhalt O der Oberfläche des einbeschriebenen Kegels in Abhängigkeit von a und φ.

17.6 Zeichne den Graphen von $O(\varphi)$ für a = 10 cm.

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

18.0 Die Punkte $A(0/0)$ und $B(2x/0)$ mit $x \in \mathbb{R}^+$ sind Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken ABC mit $\overline{AC} = \overline{BC} = 6LE$ und dem Basiswinkel $\alpha = \sphericalangle BAC$.



18.1 Zeichne die Dreiecke ABC für $x \in \{1{,}5;\ 4{,}5;\ 5{,}5\}$ im Koordinatensystem.
(Platzbedarf: $-1 \le x \le 12$; $-1 \le y \le 7$)
Auf welcher geometrischen Ortslinie liegen alle Punkte C ?

18.2 Berechne für $x \in \{1{,}5;\ 4{,}5;\ 5{,}5\}$ die y-Koordinaten der Punkte C sowie die Winkel α.

18.3 Berechne die Koordinaten der Punkte B und C des Dreiecks ABC mit $\alpha = 30°$.

18.4 Gib den Flächeninhalt A(x) der Dreiecke ABC in Abhängigkeit von x an.
(Ergebnis: $A(x) = x\sqrt{36 - x^2}$ FE)
Berechne mit Hilfe des Terms für A(x) den Flächeninhalt der Dreiecke ABC für $x \in \{1{,}5;\ 4{,}5;\ 5{,}5\}$.

18.5 Gib den Flächeninhalt $A(\alpha)$ der Dreiecke ABC in Abhängigkeit vom Winkelmaß α an.
(Ergebnis: $A(\alpha) = 36 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$ FE)
Überprüfe mit Hilfe des Terms für $A(\alpha)$ die in Aufgabe 18.4 berechneten Flächeninhalte für $x \in \{1{,}5;\ 4{,}5;\ 5{,}5\}$. Verwende dazu die Ergebnisse aus Aufgabe 18.2.

18.6 Ermittle den Extremwert des Terms $T(z) = z \cdot (36 - z)$.
Bestimme daraus den Extremwert des Flächeninhalts A(x) sowie die zugehörige Belegung für x, indem du x^2 anstelle von z setzt.
(Teilergebnis: x = 4,24)

18.7 Ermittle das Winkelmaß α des flächengrößten Dreiecks ABC mit Hilfe des Ergebnisses von Aufgabe 18.6, und berechne damit den extremen Flächeninhalt.

18.8 Begründe geometrisch, dass der Flächeninhalt nicht größer als 18 FE werden kann.

19.0 Die Punkte $A(-1/0)$, $B(1/0)$ und C liegen auf dem Einheitskreis k_e und bilden Dreiecke ABC. F ist der Fußpunkt des Lotes von C auf AB.

19.1 Stelle die Streckenlängen $\overline{OF}$, $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ in Abhängigkeit von $\varphi = \sphericalangle BOC$ dar.
Lösungshinweis: Verwende zur Berechnung von $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ den Satz des Pythagoras.
(Teilergebnis: $\overline{AC} = \sqrt{2(1+\cos\varphi)}$ LE; $\overline{BC} = \sqrt{2(1-\cos\varphi)}$ LE)

19.2 Ermittle mit Hilfe der Terme für $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ das gleichschenklige Dreieck.

19.3 Gib den Flächeninhalt $A(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ an. Für welches Maß φ^* ist der Flächeninhalt maximal ? Begründe das Ergebnis geometrisch.

19.4 Gib die kartesischen Koordinaten der Punkte A, B und C an, und zeige, dass die Dreiecke ABC rechtwinklig sind.
Anleitung: Berechne die Steigung m_{CB} und m_{CA} der Dreiecksseiten [CB] und [CA], und zeige, dass $m_{CB} \cdot m_{CA} = -1$ gilt.

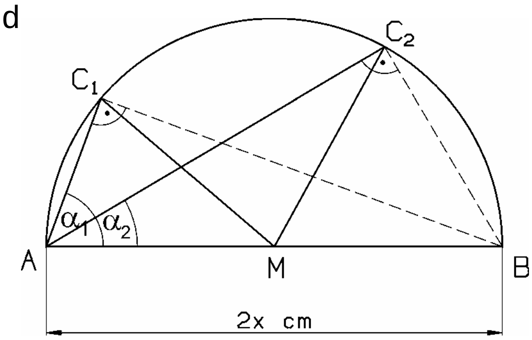
Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

19.5 Zeige, dass in den Dreiecken ABC der Höhensatz gilt.

19.6 Begründe nun, dass die Eckpunkte C(cosφ/sinφ) von Dreiecken ABC bzw. ACB den Kreis $k(O(0/0);\ r = 1\ LE)$ bilden.

20.0 Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke [AB] und gleichzeitig Mittelpunkt eines Halbkreises mit $\overline{AB} = 2x\ \text{cm}$ als Durchmesser.
Dem Halbkreis sind Dreiecke AMC_n so einzubeschreiben, dass C_n auf dem Halbkreis liegt.



20.1 Fertige für x = 6 eine Zeichnung an, und trage drei solche Dreiecke AMC_n ein.

20.2 Bestimme die Seitenlänge $\overline{AC}$ in Abhängigkeit von x und dem Maß α des Winkels MAC.
(Ergebnis: $\overline{AC} = (2x \cdot \cos\alpha)\text{cm}$)

20.3 Der Flächeninhalt A_Δ der Dreiecke AMC_n lässt sich wie folgt darstellen:
$A_\Delta = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2\alpha\ \text{cm}^2$. Weise dies rechnerisch nach.

20.4 Die Dreiecke rotieren um AM als Achse. Berechne das Volumen V der entstehenden Rotationskörper.
$\left(\text{Ergebnis: } V = \frac{1}{3}\pi \cdot x^3 \cdot \sin^2 2\alpha\ \text{cm}^3\right)$

20.5 Tabellarisiere V für x = 6 und $\alpha \in [0°;\ 90°]$ mit $\Delta\alpha = 10°$, und stelle V graphisch dar.
Für die Zeichnung: α-Achse: 1 cm entspricht 10°
V-Achse: 1 cm entspricht 20 cm^3

20.6 Begründe algebraisch, dass für α = 45° sowohl die Dreiecksfläche als auch das Volumen des Rotationskörpers jeweils den größten Wert annimmt.

20.7 Für welche Belegung von α erhält man Rotationskörper mit einem Volumen von 100 cm^3, wenn x = 6 gilt ?

21.0 Ein Dreieck ABC mit $\overline{AC} = b = 8\ \text{cm}$, $\overline{AB} = c = 12\ \text{cm}$ und $\sphericalangle BAC = \alpha$ rotiert um die Achse AB.

21.1 Zeichne für $\alpha \in \{30°;\ 70°;\ 120°;\ 150°\}$ die Axialschnitte in eine Figur.

21.2 Ermittle das Volumen V(α) dieser Rotationskörper in Abhängigkeit von α.
(Ergebnis: $V(\alpha) = 256 \cdot \pi \cdot \sin^2\alpha\ \text{cm}^3$)

21.3 Für welche Belegung von α erhält man den Körper mit dem größten Volumen ?

21.4 Gib die Oberfläche der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von α an.

21.5 Gib Intervalle für α an, für die das Volumen der Rotationskörper kleiner als $64\pi\ \text{cm}^3$ wird.

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

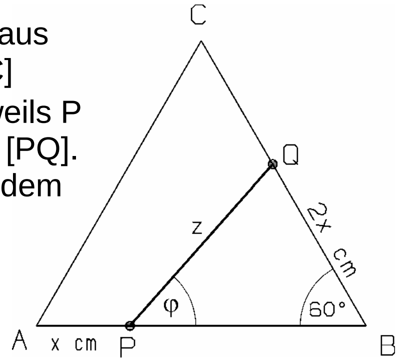
Klasse 10 I

22.0 Der Punkt P(z · cosφ / z · sinφ) bewegt sich auf der Geraden g mit der Gleichung y = -1,25x + 10, wobei $\overline{OP} = z$ LE mit $O(0/0)$ gilt.
Der Winkel zwischen der x-Achse und [OP] hat das Maß φ.

22.1 Zeige, dass $z = \dfrac{8\sin 51{,}34°}{\sin(\varphi + 51{,}34°)}$ und $z = \dfrac{10}{\sin\varphi + 1{,}25\cos\varphi}$ gilt, und berechne z für φ = 35° auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

22.2 Welche Koordinaten hat P, wenn $\overline{OP} = 7$ LE bzw. $\overline{OP} = 12$ LE gelten soll ? Berechne sodann die Koordinaten des Punktes P auf g, für den $\overline{OP}$ am kleinsten ist.

23. Trägt man im gleichseitigen Dreieck ABC mit a = 6 cm von A aus auf [AB] Strecken [AP] mit x cm Länge und von B aus auf [BC] Strecken [BQ] mit 2x cm Länge ($x \in \mathbb{R}^+$) ab und verbindet jeweils P mit Q, so erhält man verschieden lange Verbindungsstrecken [PQ]. Die z cm langen Strecken [PQ] schließen mit [AB] Winkel mit dem Maß φ ein.



Berechne z in Abhängigkeit von φ, tabellarisiere z(φ) in Schritten von $\Delta\varphi = 5°$ für $0° \le \varphi \le 60°$, und stelle z in Abhängigkeit von φ graphisch dar.
Für das zu z_{min} gehörende Winkelmaß φ_0 gilt $49{,}1° < \varphi_0 < 49{,}2°$. Berechne φ_0 durch Intervallschachtelung auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

24.1 Gleichschenkligen Dreiecken ABC mit $\overline{AC} = \overline{BC} = 10$ cm und $\sphericalangle BAC = \sphericalangle CBA = \alpha$ werden gleichseitige Dreiecke PQR so einbeschrieben, dass P der Mittelpunkt von [AB] ist und die Symmetrieachse eines gleichschenkligen Dreiecks ABC auch Symmetrieachse des entsprechen den gleichseitigen Dreiecks PQR ist.
Zeichne für α = 75° das gleichschenklige Dreieck ABC mit dem einbeschriebenen gleichseitigen Dreieck PQR.

24.2 Stelle die Maßzahl a der Seitenlängen $\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RP} = a$ cm in Abhängigkeit von α dar.

$$\left(\text{Ergebnis: } a = \frac{10\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\sin(\alpha + 60°)}\right)$$

24.3 Begründe, dass $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{1}{2}\sin 2\alpha$ gilt.

24.4 Forme $a = \dfrac{10\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\sin(\alpha + 60°)}$ mit Hilfe des Ergebnisses von 24.3 um, und tabellarisiere a in Abhängigkeit von α in Schritten von $\Delta\alpha = 10°$ für $0° \le \alpha \le 90°$.
Zeichne den zugehörigen Graphen.

24.5 Entnimm dem Diagramm zu 24.4 das Winkelmaß α_0, für das man das gleichseitige Dreieck mit der größten Seitenlänge erhält. Verbessere das dem Diagramm entnommene Winkelmaß α_0 durch eine Intervallschachtelung mit dem Taschenrechner bis auf eine Genauigkeit von zwei Stellen nach dem Komma.

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

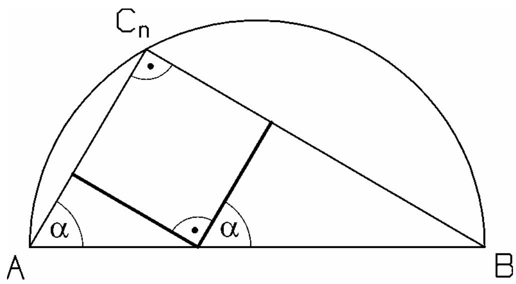
Klasse 10 I

25. Das Dreieck ABC mit $A(0/0)$, $B(9/2)$ und $C(4/7)$ ist gegeben. Im Inneren des Dreiecks ABC liegt ein Punkt P, für den $\sphericalangle BAP = \sphericalangle CBP = \sphericalangle ACP = \varphi$ und

$$\frac{1}{\sin^2\varphi} = \frac{1}{\sin^2\alpha} + \frac{1}{\sin^2\beta} + \frac{1}{\sin^2\gamma}$$ gilt.

Berechne φ und die Streckenlängen $\overline{AP}$, $\overline{BP}$, $\overline{CP}$, und zeichne das Dreieck ABC mit dem Punkt P in ein Koordinatensystem.

26.0 Rechtwinkligen Dreiecken ABC mit jeweils einer 12 cm langen Hypothenuse [AB] werden Quadrate mit C als einem Eckpunkt einbeschrieben.



26.1 Zeichne drei rechtwinklige Dreiecke mit einbeschriebenem Quadrat.

26.2 Zeige durch Rechnung, daß für den Flächeninhalt dieser Quadrate in Abhängigkeit vom Maß α des Winkels BAC gilt:

$$A(\alpha) = \frac{36\cdot\sin^2 2\alpha}{1+\sin 2\alpha}\,\text{cm}^2$$

26.3 Begründe geometrisch, daß man für α = 45° das Quadrat mit dem größten Flächeninhalt erhält.

26.4 Berechne α für A = 6 cm^2.

